平成三十年　問題一

最優秀解答賞

チーム A∞I さん（株式会社毎日文化センター、67 歳）

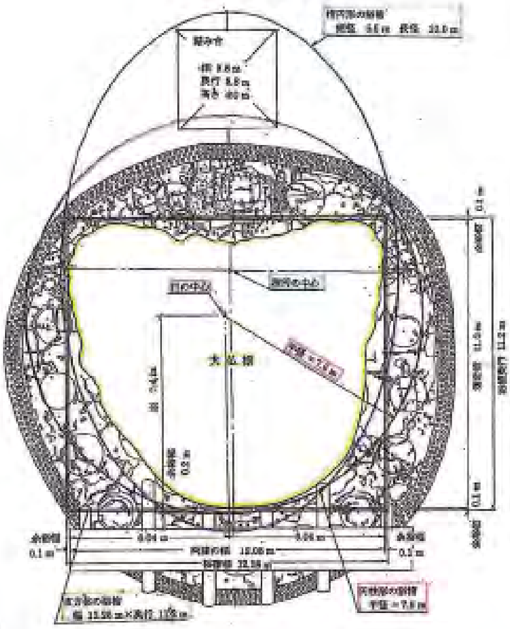
解法(考え方)

東大寺資料と図面上の測定値より検討しました。

基本数値

座高	14.98m	東大寺資料
頭の長さ	6.70m	
左足の踵から爪先まで	3.74m	
両膝の幅	12.08m	
仏像前面から後面までの最大値	11.0m	参考文献の図面の測定値

検討した浴槽



※ 4頁 拡大図参照

検討した案の一覧表

検討内容		数値		根拠	浴槽の高さ	浴槽の断面形状	備考
案 1	大仏様が像と同じ姿勢で入浴	幅	12.28m	両膝の幅12.08mに片側の余裕幅0.1m	8.3m 座高〈14.98 m〉－頭の長さ〈6.7 m〉＝〈8.28 m〉	直方体 緑色線	身動きが取れない
		奥行	11.2m	測定値の幅11.0mに片側の余裕幅0.1m			
案 2	案1と同じ姿勢であるがくつろいで入浴	半径	7.6m			円柱 ピンク色線	
案 3	安全に浴槽の中へ入り足を伸ばして入浴	長径	10.0m			楕円柱 青色線	踏み台の設置
		短径	6.5m				

解答

案 1

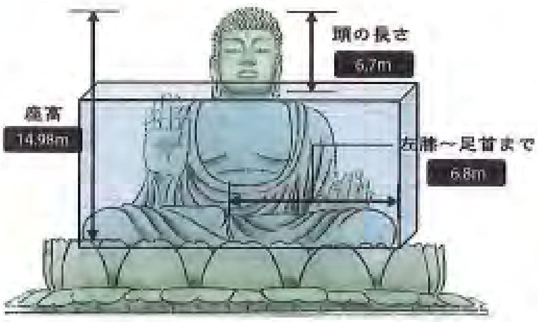
大仏様が像と同じ姿勢で入ることができる直方体の浴槽のうち、最小のものを考えました。

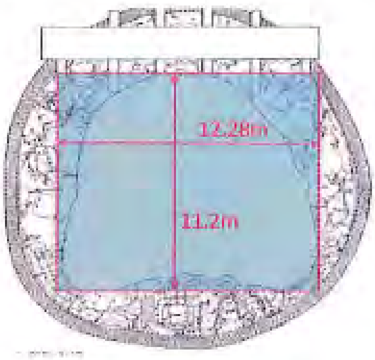
浴槽の高さ 8.3 m、

幅 12.28 m (12.08m 〈両膝の幅〉 + 0.1 m×2 〈余裕幅〉)、

奥行 11.2 m (11.0 m 〈測定値〉 + 0.1 m× 2 〈余裕幅〉)とします。

このときの容積は、12.28 m×11.2 m×8.3 m =1141.55 ㎥となります。図面でも明らかですが、身動きできないくらい窮屈そうなので、もう少しゆったり入れる浴槽を案 2 で考えることにしました。





案 2

案 1 よりくつろいで入って頂くために、余裕幅が大きい円柱の浴槽を考えました。

浴槽の高さは 8.3 m、半径を 7.6 m の円柱とします。

このときの容積は、

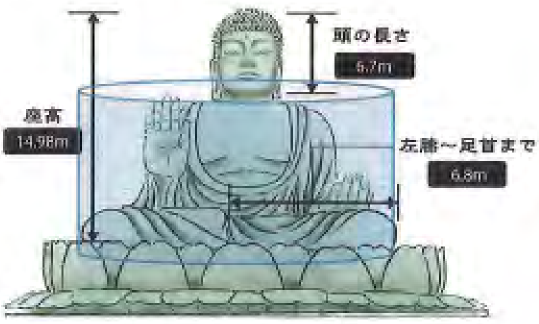
7.6 m×7.6 m×3.14×8.3 m = 1505.34 ㎥　となります。

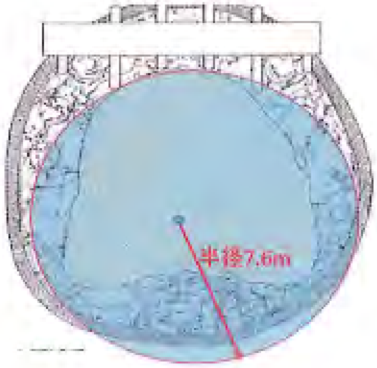
材料費はどのようになるか調べるために、案 1 と案 2 の浴槽の表面積である（底面積）+（側面積）を計算しました。

案 1 は、11.2 ×12.28 + (11.2 + 12.28)× 2 × 8.3　　= 527.30 ㎡

案 2 は、7.6 × 7.6 × 3.14 + 2× 7.6 × 3.14 × 8.3 = 577.51 ㎡

となり、表面積は増すが、くつろげる空間はかなり改善できました。





案 3

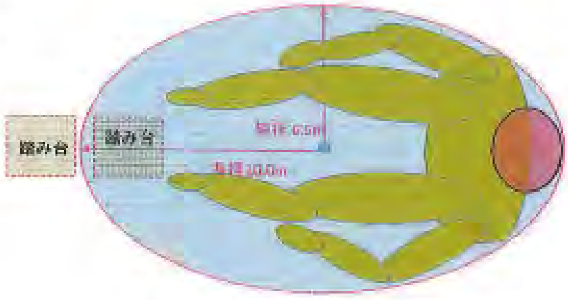
大仏様は、普段、静坐ばかりしているので、人間と同様な動作が可能であることを前提とし、せめて少し足を伸ばしてくつろげる空間が確保できないかと考え、楕円柱の浴槽を検討してみました。

そのために、大仏様が浴槽を安全に跨げるように、浴槽の高さの約半分の踏み台を設置することにしました。

浴槽の高さは 8.3m 、楕円の長径は 10m 、楕円の短径は 6.5m とします。

このときの容積は、10m × 6.5m × 3.14 × 8.3 m = 1694.03 ㎥となります。

平面図



側面図

踏み台　　3.8m(幅)×3.8m(奥行)×4.0m(高さ)

踏み台の幅と奥行きは、左足の踵から爪先までが 3.74 mであることより 3.8 mとします。

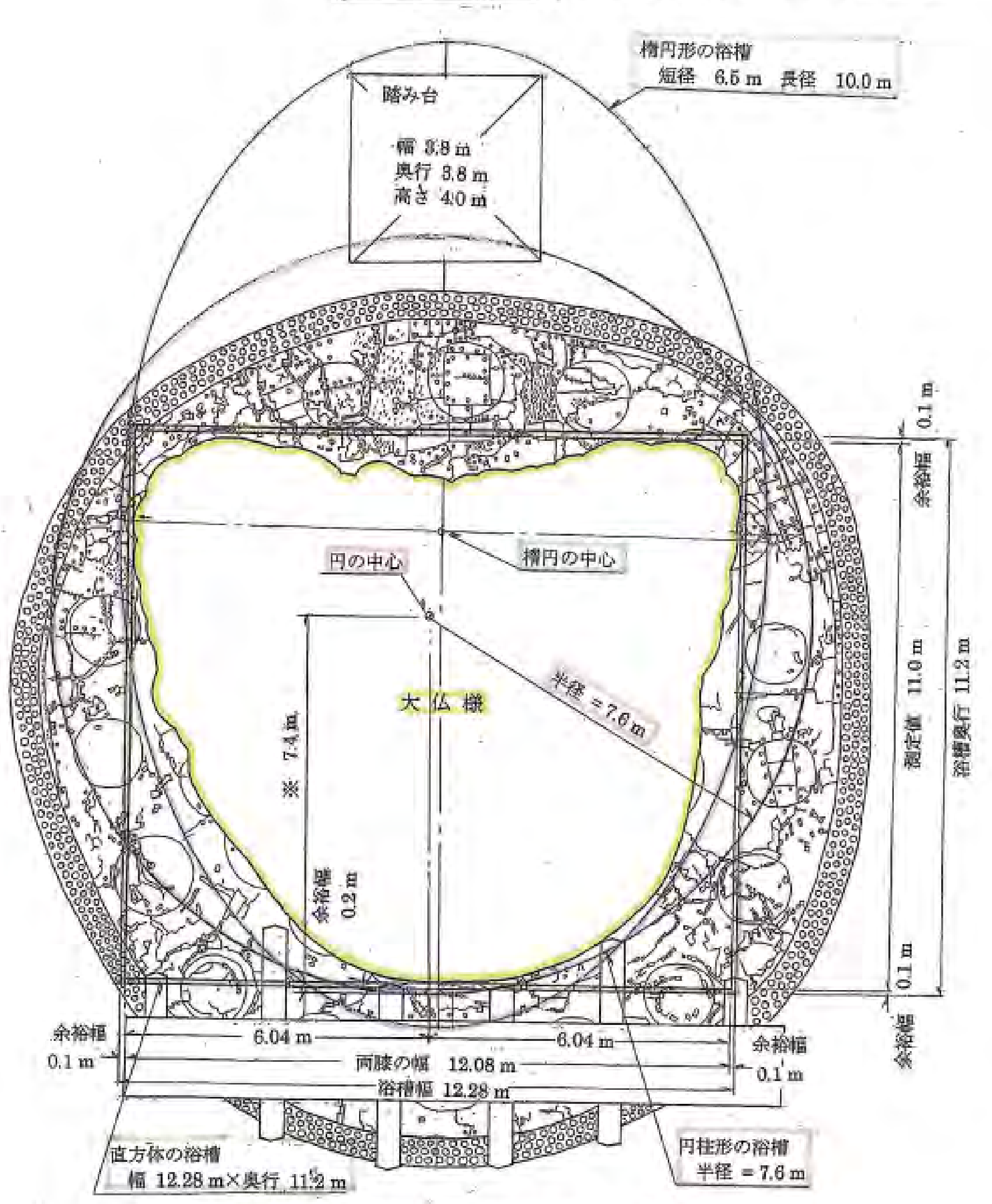
まとめ

案 1 ⇒ 案 2 ⇒ 案 3 と検討しました。大仏様が日頃の参拝客から解放され、くつろげることと安全性を考慮し、案 3 の踏み台付き楕円柱の浴槽にします。容積は、1695 ㎥ = 1695000 ℓ = 1695 kℓ となります。

大仏様に湯舟に入って頂き、" ♨いい湯だな～♪ " って鼻歌を口ずさんで欲しいものです。

【参考文献】「東大寺大仏の研究」(岩波書店)

参考資料　【参考文献】「東大寺大仏の研究」(岩波書店)



※ 7.4 m　半径 7.6 m の円周上の点は、大仏様の後面より外側に 0.2 m の余裕を確保した位置。円の中心は、大仏様の後面部の中心から 7.4 m を確保した点として、半径 7.6 m の円を作図。

4

講　評

文献上の図面をもとにしてデータをうまく活用し、「普段と同じ姿勢で入浴しているとき」「普段と同じ姿勢であるがくつろいで入浴しているとき」「足を伸ばして入浴しているとき」の３つのケースに分けて、適切な浴槽の大きさを検討したことは独創的で見事な着眼だといえます。

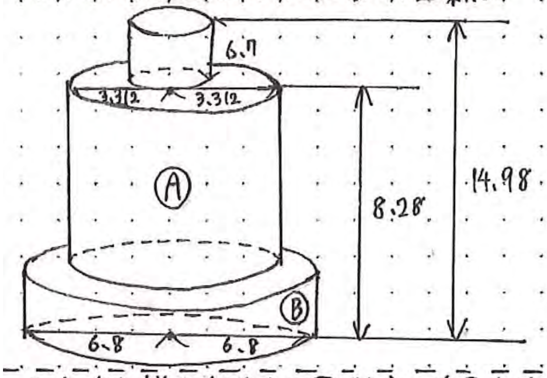
平成三十年　問題一

優秀解答賞①

香高 百柚さん（立命館慶祥中学校２年生、13 歳、北海道）

もし、大仏様が今の体勢のままで入浴すると…。

① 大仏様の体を、円柱を使って図案化



② 体積を求める

A：大仏様の肩から腰までの長さとひざの幅の比を考える。
自分は約4：1なので、大仏様に当てはめると、
(8.28÷5×4＝) 6.624mとなる。
Aの高さ

また、Aの直径＝Aの高さとすると、
6.624÷2＝3.312 (←Aの半径)
よって、3.312×3.312×3.14×6.624＝228.1m³

B：6.8×6.8×3.14×1.656＝240.4m³

よって、228.1＋240.4＝468.5m³
1m³＝1000Lなので、468.5m³＝468500L となる。

でも、大仏様も私たちと同じように手足を伸ばしてお風呂に入りたいはず!!

① 足を伸ばした状態の大仏様を図案化

よって、
43.7＋445.6＋130.2＝619.5m³
1m³＝1000Lなので、
619.5m³＝619500L となる。

② 体積を求める

A：『腕をいっぱいに広げた長さ＝身長』とする。
よって、(28.58－8.28)÷2＝10.15
身長　肩幅　腕1本

また、自分の肩から脇の長さ：肩から腰の長さは、約1：4なので、
8.28÷5×1＝1.656 (←Aの直径)
よって、半径は0.828となるので、
0.828×0.828×3.14×10.15×2＝43.7m³

B：4.14×4.14×3.14×8.28＝445.6m³

C：『ももの付け根からひざまでの長さ＝ひざから足首までの長さ』とする。
また、自分のももの直径から考えると、
ももの付け根から足首までの長さ：ももの直径は、約9：2なので、
13.6÷11×2＝2.47 (←Cの直径)
よって、半径は1.235となるので、
1.235×1.235×3.14×13.6×2＝130.2m³

⇨ よって、お湯が **約544000L** 入るお風呂が必要!!

講　評

体の一部を測定した結果を活用しながら、大仏様の顔・胴体・腕・足をそれぞれ円柱で近似し、「座禅を組んでいる状態」「手足を伸ばした状態」に分けて細かく図案化・検証した点を高く評価しました。次の課題として、ちょうど良い湯船の大きさや形を考えながら、さらに深い学びを追求してほしいと思います。

平成三十年　問題一

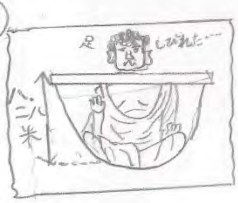
優秀解答賞②

「たこぽんぷす」さん（14 歳、熊本県）

あぐらのまま湯船につかったとする。

湯船の底から肩までは、14.98 ÷ 6.5 ≒ 8.28 で 8.28 m なので、

湯船の内側の深さを 8.28 m として計算する。・・・①

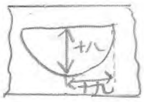


画面に表示されている鉄湯船を測ると、

内積の深さ：上面の円の半径 ≒ 18：19

これに①を代入すると、

8.28：上面の円の半径 ＝ 18：19



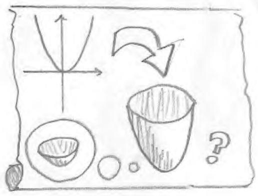
よって、

上面の円の半径 $= \dfrac{8.28 \times 19}{18} \fallingdotseq 8.74$ (m) ・・・②

◎ 湯船の内側の面が二次関数のグラフを y 軸を中心に回転させたものとすると、

グラフは (8.74, 8.28) と原点を通るので、

$$y = \frac{8.28}{(8.74)^2}x^2 = \frac{8.28}{76.3876}x^2 \fallingdotseq 0.1083946x^2$$



よって、湯船の内積は

$$\int_0^{8.28} \frac{\pi}{0.1083946} y\,dy = \frac{\pi}{0.2167892}\left[y^2\right]_0^{8.28}$$

$x=f(y)$ の回転体は $\int_0^a x^2 dy$ となる！

$$= \frac{68.5584}{0.2167892}\pi \fallingdotseq 993.511494$$

かさは

993.511494 × 1000000 ÷ 1000 ＝ 993511.494 (L) としようと思ったが、

● 問題の絵からすると、四次関数のグラフを回転させた方が近いと思う。

◎と同様にグラフは

$$y = \frac{8.28}{(8.74)^4}x^4 = \frac{8.28}{5833.05543376}x^4 \fallingdotseq 0.001419x^4$$

これを y 軸を中心に回転させると、内積は

$$\int_0^{8.28} \frac{\pi}{\sqrt{0.001419}}\sqrt{y}\,dy \fallingdotseq \frac{\pi}{0.0376696}\left[y^{\frac{3}{2}}\right]_0^{8.28}$$

$$\fallingdotseq \frac{23.8257}{0.0376696}\pi \fallingdotseq 1987.030499$$

かさは

1987.030499 × 1000000 ÷ 1000 ＝ 1987030.499

よって湯船は 1987030.499L 入る。

学校のプール (25m)

4杯分！

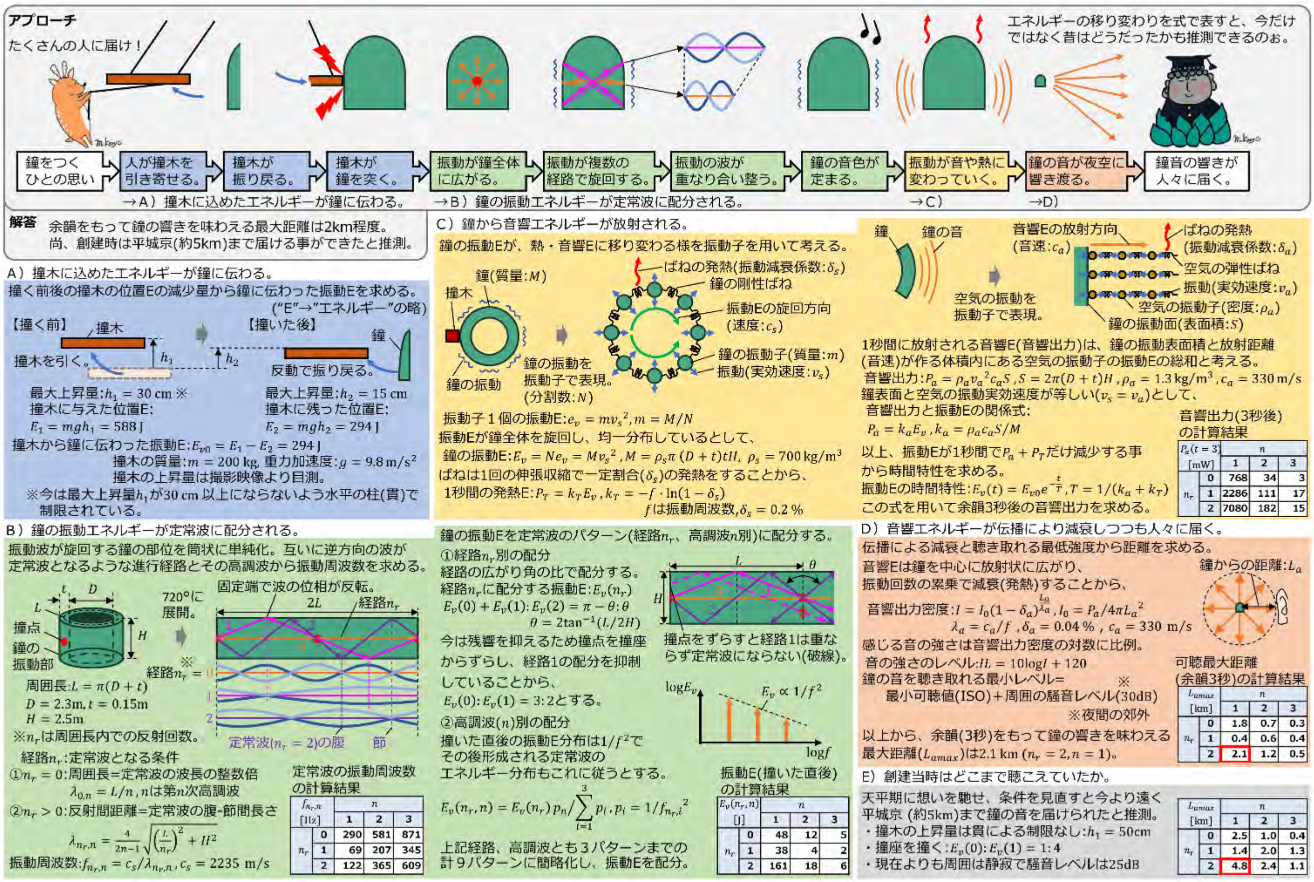
講　評

湯船の形を考える際、大湯屋の鉄湯船に着目し、$y = x^2$のy軸まわりの回転体として近似しながらも、$y = x^4$のy軸まわりの回転体の方が実用的だとして再度アプローチしたところが実に印象的でした。また、水量を 25m プールの４杯分として身近に存在する事物に置き換え、わかりやすく説明した点もユニークでした。

平成三十年　問題二

最優秀解答賞

狩山 勝さん（56 歳、奈良県）



講　評

大鐘をついてから鐘の音が人々に届くまでの過程をエネルギーに着目しつつ、物理学的な知見に基づいて緻密に検証した解答で、極めて秀逸でした。問題の解答だけにとどまらず、余韻をもって鐘の響きを味わえる最大距離や天平期における諸条件についても考察し、拡張した点においてもすばらしい解答でした。

平成三十年　問題二

優秀解答賞①

北見 陽花さん（学校法人市川学園 市川中学校２年生、14 歳、千葉県）

当時、天皇が住んでいた平城京まで
聞こえるように作られているはずだから
鐘がある場所から平城京までの
4.13km までは確実に届く。
平城京で聞こえた時の鐘の音は
普通の会話ぐらいの音量だと
考えられるから、約60dB～70dB。
距離が20m離れるごとに1dB
ずつ下がっていくとされているから、
人の耳で聞こえる限界の20dBに
なるまでは、音源の距離減衰
をあらわすグラフより、540m

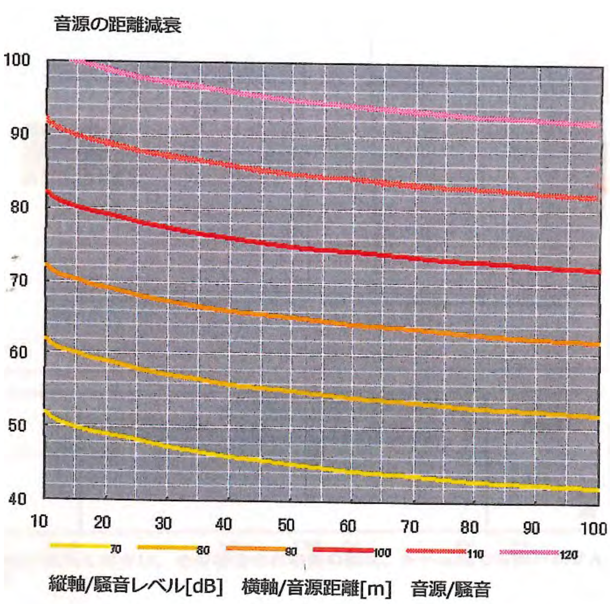
よって、

$$4.13\text{km} + 540\text{m}$$
$$= 4.67\text{km}$$

まで聞こえる。

A. 4.67km

↙ 鐘から平城京まで



（出典）東邦精機株式会社ホームページ
http://www.toho-seiki.com/info04_e.htm

講　評

大鐘から平城宮までの距離を算出し、当時その場所ではどのように聞こえていたのかも想定していて、創造性の面でたいへん優れていると思います。また、音の距離にともなう減衰についても考慮に入れており、知識の活用・データの分析の観点からも積極的な実践が認められます。

平成三十年　問題二

優秀解答賞②

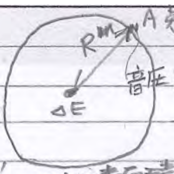
布施 勝朗さん（77 歳、愛知県）

1. 撞木の大鐘に当る瞬間の速度 v_1 は、仮に 1 人 5kg 重の力で 8 人 1 体，$8\times5\times9.8$ N の力で撞木と大鐘の間隔が 0.6 m 程度とすれば，当る瞬間の速度 v_1 は，$v_1 = \sqrt{\dfrac{2\times8\times5\times9.8\times0.6}{200}} = 1.53$ m/s

2. ・撞木の質量 $m_1 = 200$ kg，衝突後の速度 v_1'
・大鐘の質量 $M_1 = 26300$ kg，衝突後の速度 V_1'
・はねかえり係数 $e = 0.95$ 程度とすると，
運動量保存法則より $m_1 v_1 = m_1 v_1' + M_1 V_1'$ —①
・$e = -\left(\dfrac{v_1' - V_1'}{v_1}\right)$ —②
・衝突前の運動エネルギー $E_0 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$ —③
・衝突後の運動エネルギー $E' = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} M_1 V_1'^2$ —④
失われたエネルギー $\Delta E = E_0 - E'$ ①.②.③④より
$\Delta E = \frac{1}{2}\left(\dfrac{m_1\times M_1}{m_1+M_1}\right)(1-e^2)\times v_1^2$
$= \frac{1}{2}\times\left(\dfrac{200\times26300}{200+26300}\right)\times(1-0.95^2)\times1.53^2$
$= 23.2$ N-m.

3. この失われたエネルギー ΔE の内訳は衝突の歪，支点のマサツ，熱，音等に変換されるので音になるエネルギ $\Delta E'$ を ΔE の約10% と推定すると
$\Delta E' = 23.2\times0.1 = 2.32$ N-m

4. このエネルギー $\Delta E'$ が音波となって伝わっていく。



音の空気中の伝搬速度を C m/s とすると，
音源から半径 R m の球面にとどく
時間 t は　$t = \frac{R}{C}$ (sec)
よって球面 R の 1 点 A で単位面積，
単位時間当りの通過する平均の
エネルギー I は
球の表面積 $S = 4\pi R^2$
$I = \dfrac{\Delta E'}{4\pi R^2\times\left(\frac{R}{C}\right)}$ (N-m/m²・s) —⑤

5. 一方 A 点での音圧を P (N/m²) とし，
粒子質量 m の速度を v m/s とすると単位面積当りのパワー I は　$I = P\cdot v$ —⑥
又空気の密度を ρ (kg/m³)，音速 C (m/s) とする。
一端に圧力 P が 1 秒間作用して速度 v を生じたとすると，運動量の変化 = 力積であるから
$P = m_1 v = \rho\cdot C\cdot v$ —⑦
⑥，⑦より　$I = \dfrac{P^2}{\rho C}$ —⑧

6. ⑤ = ⑧より，$\dfrac{P^2}{\rho C} = \dfrac{\Delta E'}{4\pi R^2\times\left(\frac{R}{C}\right)}$ —⑨
ここに　$\Delta E' = 2.32$ N-m
$\rho = 1.2$ kg/m³.　$C = 343$ m/s
音圧 P は人間がきこえる圧力 $P = 0.0002$ N/m²
（ささやき声の圧力）として　⑨式より R を求める。
$R = \sqrt[3]{\dfrac{\Delta E'\times\rho\times C^2}{4\pi P^2}} = 8.7\times10^3$ m $= 8.7$ Km
答　8.7 km

講　評

撞木で大鐘をつく様子を力学的に考察し、はねかえり係数や力学的エネルギーの散逸を自ら想定しながらのアプローチは、自由な発想で学問を楽しんでいることの表れだといえます。大鐘が届く距離だけにとどまらず、「東大寺の除夜の鐘は何人の人に聞こえるのか」等、考察の幅を広げてみることも学問を楽しむきっかけになると思います。